

La recherche dans un laboratoire de mathématiques : fonctions de Parking

Bérénice Delcroix-Oger

IMAG-Université de Montpellier



Journée Filles, Mathématiques et Informatique, Vendredi 14 avril 2023

Sommaire

- 1 Qui fait de la recherche ?
- 2 Quel est mon projet de recherche ?
- 3 Comment passe-t-on d'une question à des découvertes et à des connaissances ?

Wooclap

- 1 Sur wooclap.com/
- 2 Code : **NJKRAO**



- 3 Puis attendez le questionnaire (le questionnaire "Retour sur l'exposé FMI" sera à remplir à la fin)



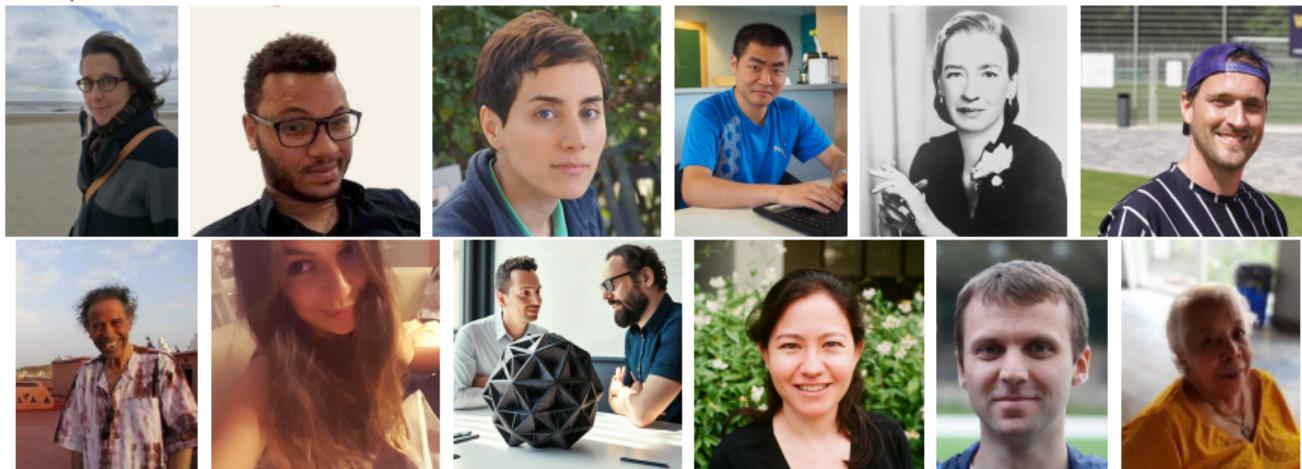
1- Qui fait de la recherche ?

D'après vous, quelle photo n'est pas celle d'un chercheur ou d'une chercheuse en mathématiques/informatique ?



1- Qui fait de la recherche ?

D'après vous, quelle photo n'est pas celle d'un chercheur ou d'une chercheuse en mathématiques/informatique ?



Réponse :



Photo réalisée par Midjourney

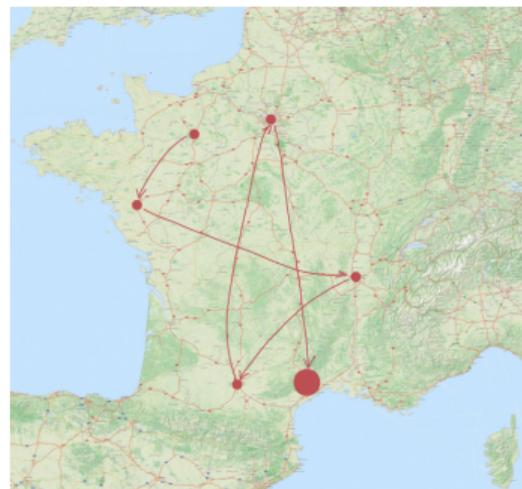
Mon parcours

- 2006 : En terminale : "Tu as l'air d'aimer les maths, tu ne voudrais pas faire de la recherche?"
- 2006-2008 : Classe Préparatoire aux Grandes Écoles (CPGE) à Nantes (MPSI / MP)
- 2008-2012 : École Normale Supérieure de Lyon (Licence / Master / Agrégation en Mathématiques) (**études rémunérées**)
- 2011-2014 : Thèse (initiation à la recherche pendant 3 ans avec un manuscrit et une soutenance) à Lyon de Mathématiques
- 2015-2017 : Post-doc (poste temporaire de chercheur) à Toulouse
- 2017-2022 : Maître de conférences à Paris en Informatique
- Depuis 2022 : Maître de conférences à Montpellier en Mathématiques



Mon parcours

- 2006 : En terminale : "Tu as l'air d'aimer les maths, tu ne voudrais pas faire de la recherche?"
- 2006-2008 : Classe Préparatoire aux Grandes Écoles (CPGE) à Nantes (MPSI / MP)
- 2008-2012 : École Normale Supérieure de Lyon (Licence / Master / Agrégation en Mathématiques) (**études rémunérées**)
- 2011-2014 : Thèse (initiation à la recherche pendant 3 ans avec un manuscrit et une soutenance) à Lyon de Mathématiques
- 2015-2017 : Post-doc (poste temporaire de chercheur) à Toulouse
- 2017-2022 : Maître de conférences à Paris en Informatique
- Depuis 2022 : Maître de conférences à Montpellier en Mathématiques



Un aspect de la recherche

La mobilité! → Mais n'empêche pas la vie familiale!

Mes collaborateurs

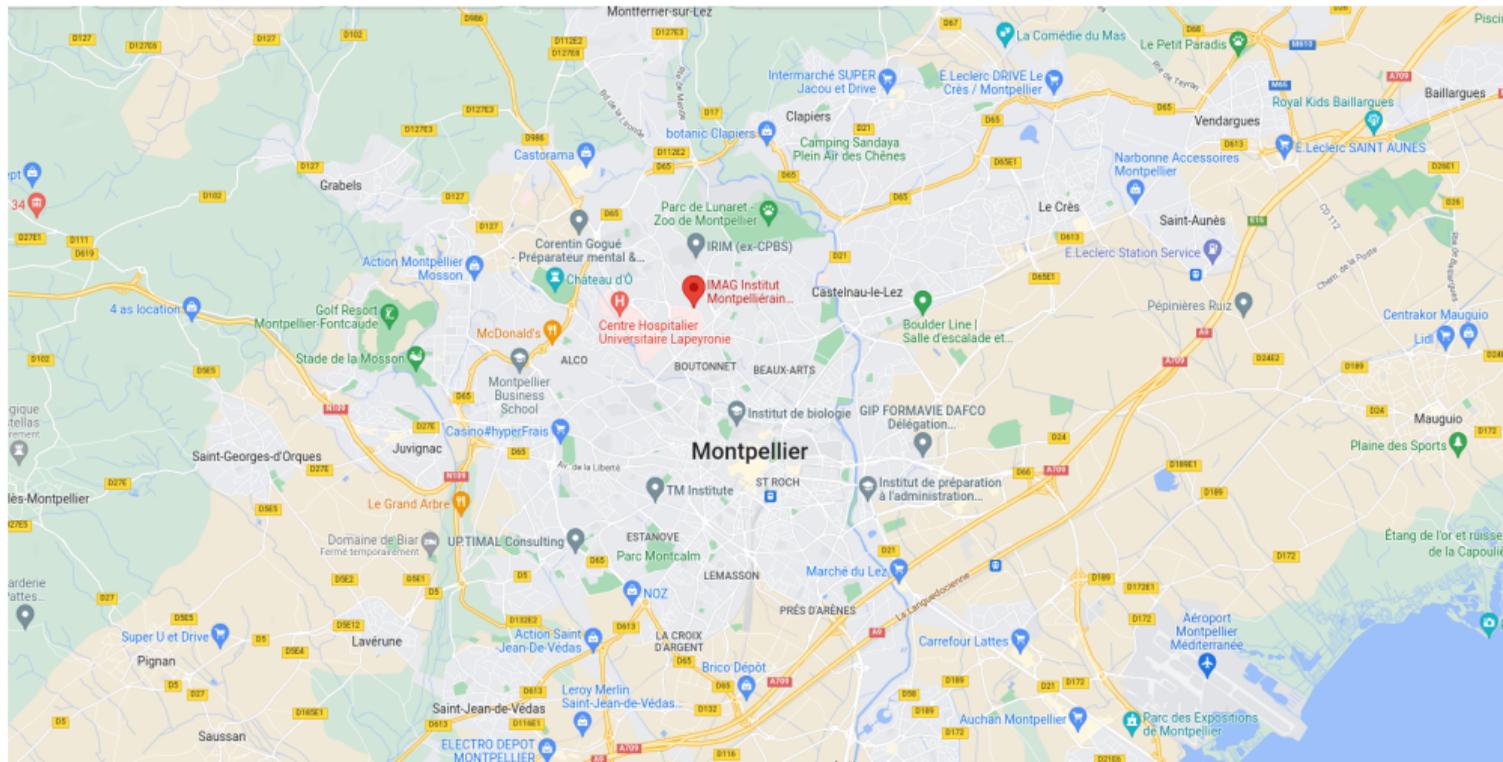


Que fait-on au laboratoire ?

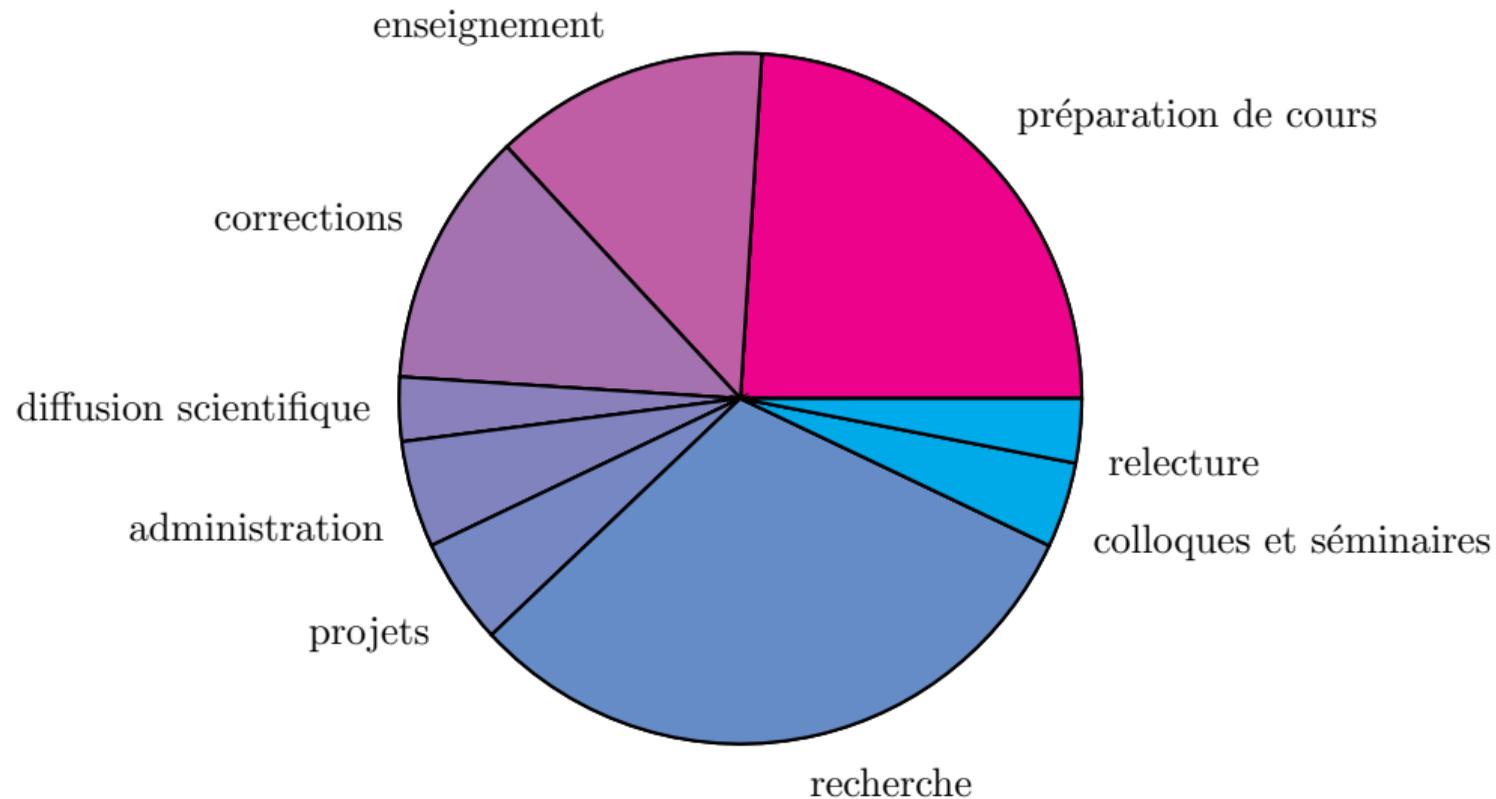
Le laboratoire est un lieu de rencontre et d'échange où on assiste à des séminaires et où on travaille seul ou entre collaborateurs.



Où travaille-t-on ?



Mon quotidien



Portrait de Mireille Bousquet-Mélou (Directrice de recherche CNRS à Bordeaux)

- 1986 : ENS Ulm - Agrégation de Mathématiques
- 1991 : Thèse en informatique
- 1990 : Chargée de recherche CNRS (LaBRI, Université de Bordeaux)
- 1993 : Médaille de bronze du CNRS
- 1993 : Prix IBM des jeunes chercheurs en Informatique
- 2002 : Directrice de recherche CNRS (LaBRI, Université de Bordeaux)
- 2009 : Prix de l'Académie des Sciences "Charles-Louis de Saulces de Freycinet "
- 2014 : Médaille d'argent du CNRS
- 2019 : Membre élue de l'Académie des Sciences dans la section Mathématiques



2- Quel est mon projet de recherche ?

Mon but est d'étudier les propriétés d'objets discrets et finis afin de choisir les plus adaptés suivant l'objectif (qui varie).

2- Quel est mon projet de recherche ?

Mon but est d'étudier les propriétés d'objets discrets et finis afin de choisir les plus adaptés suivant l'objectif (qui varie).

Exemples :

quelle représentation pour un planning (par salle/par professeur/par classe) ? pour les ancêtres d'un individu ? pour les relations d'amitié d'un réseau social ?

2- Quel est mon projet de recherche ?

Mon but est d'étudier les propriétés d'objets discrets et finis afin de choisir les plus adaptés suivant l'objectif (qui varie).

Exemples :

quelle représentation pour un planning (par salle/par professeur/par classe) ? pour les ancêtres d'un individu ? pour les relations d'amitié d'un réseau social ?

A vous de répondre : savez-vous ce que veut dire le terme "discret" ?



Votez sur [wooclap.com](https://www.wooclap.com)

2- Quel est mon projet de recherche ?

Définition

*Un objet **discret** est un objet formé d'éléments isolés les uns des autres, par opposition à un objet continu.*

2- Quel est mon projet de recherche ?

Définition

*Un objet **discret** est un objet formé d'éléments isolés les uns des autres, par opposition à un objet continu.*

Exemples :

Les entiers, les graphes, les arbres, les cailloux, les voitures, ...

Contre-exemple

Le temps, l'eau, ...

Pensez à la différence entre "How many" et "How much" !

Un exemple : ranger ses données comme des livres dans une bibliothèque



Ada ou La beauté des nombres : Lovelace, la pionnière de l'informatique

Édité par Fayard. Paris - 2019

[Dufour, Catherine \(1966-....\). Auteur](#)

Collection : [Documents](#)

DESCRIPTION

DEMANDE D'ADAPTATION

Disponible

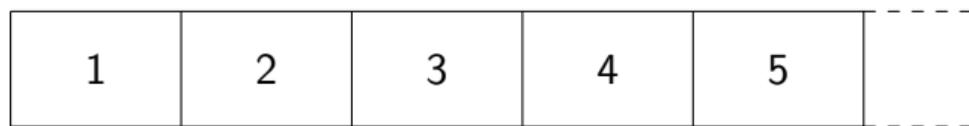
[PLUS D'INFOS](#)

DOCUMENTAIRES ADULTES - 2019 - ADA OU LA BEAUTÉ DES NOMBRES :
LOVELACE, LA PIONNIÈRE DE L'INFORMATIQUE

Emile Zola | Adultes Documentaires (1er étage) | 4434378 | 510 DUF | en rayon | Documentaire Adultes Prêt

Un exemple : ranger ses données comme des livres dans une bibliothèque

La mémoire des ordinateurs est souvent représentée comme une suite de cases. Chaque donnée occupe une case.

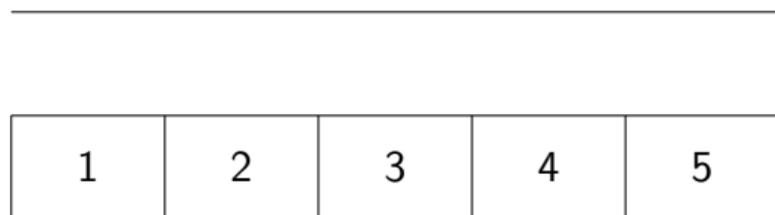


Problème

Comment stocker et retrouver efficacement les données en mémoire ?

Solution : Les fonctions de hachage ! (appelées *fonctions de parking* dans la suite)

Les fonctions de parking



Supposons qu'il y ait le long d'une rue à sens unique 5 places de parking et que 5 conducteurs veuillent s'y garer. Les conducteurs rentrent les uns à la suite des autres dans la rue.

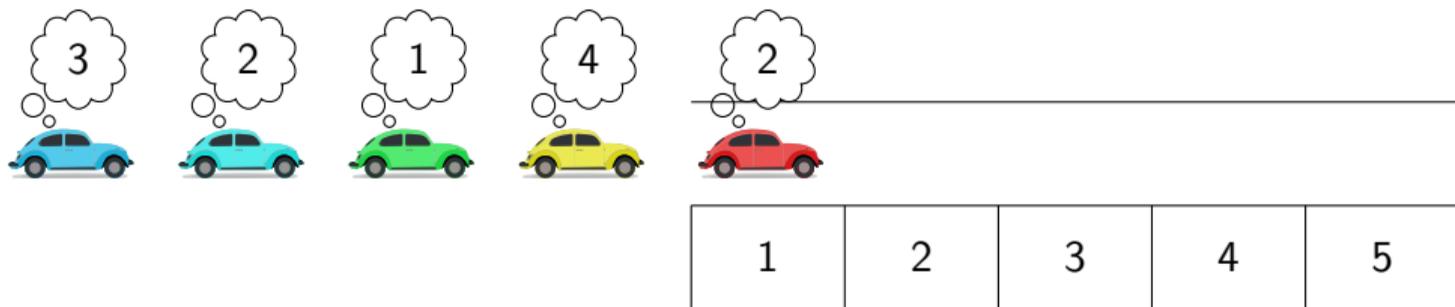
Les fonctions de parking



1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

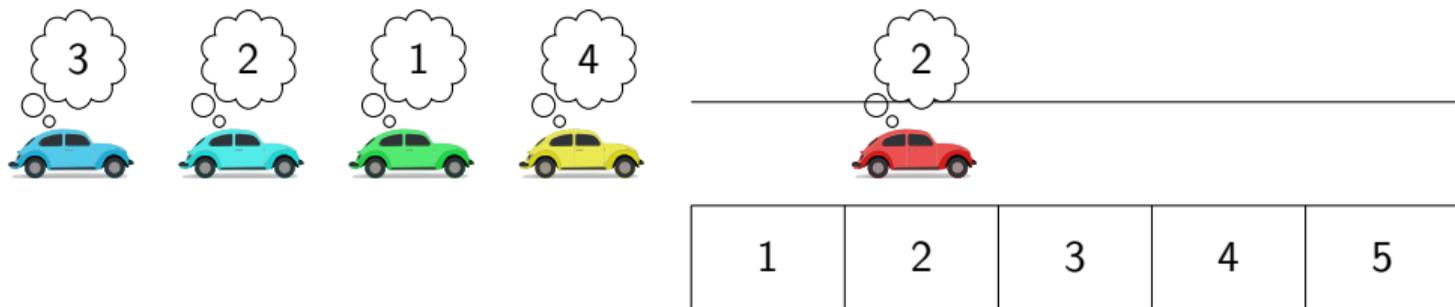
Supposons qu'il y ait le long d'une rue à sens unique 5 places de parking et que 5 conducteurs veuillent s'y garer. Les conducteurs rentrent les uns à la suite des autres dans la rue. Chacun a son emplacement préféré : il s'y rend et si celui-ci est déjà occupé, il se gare à la prochaine place de parking disponible. S'il n'y en a pas, il est dans l'impossibilité de se garer et sort de la rue.

Les fonctions de parking



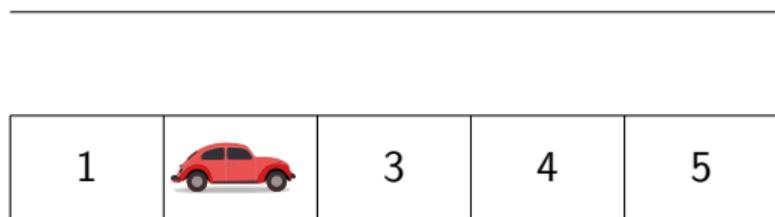
Supposons qu'il y ait le long d'une rue à sens unique 5 places de parking et que 5 conducteurs veuillent s'y garer. Les conducteurs rentrent les uns à la suite des autres dans la rue. Chacun a son emplacement préféré : il s'y rend et si celui-ci est déjà occupé, il se gare à la prochaine place de parking disponible. S'il n'y en a pas, il est dans l'impossibilité de se garer et sort de la rue.

Les fonctions de parking



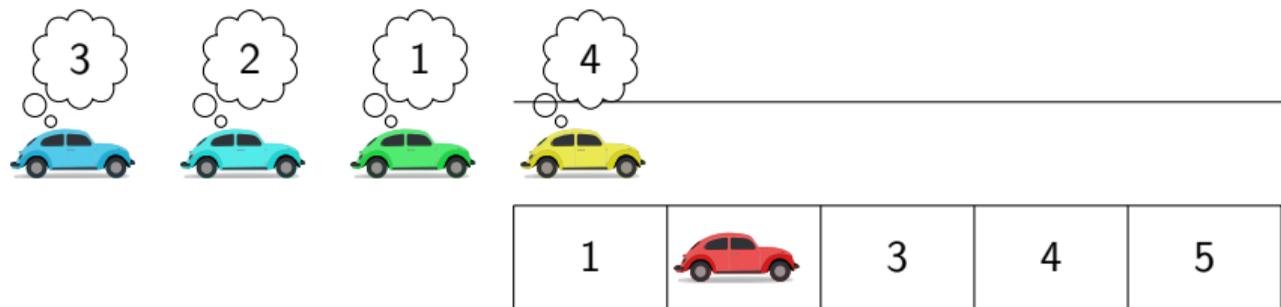
Supposons qu'il y ait le long d'une rue à sens unique 5 places de parking et que 5 conducteurs veulent s'y garer. Les conducteurs rentrent les uns à la suite des autres dans la rue. Chacun a son emplacement préféré : il s'y rend et si celui-ci est déjà occupé, il se gare à la prochaine place de parking disponible. S'il n'y en a pas, il est dans l'impossibilité de se garer et sort de la rue.

Les fonctions de parking



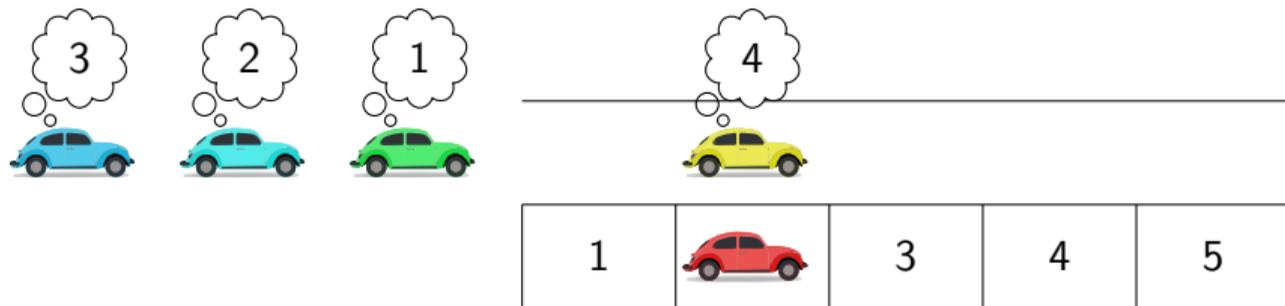
Supposons qu'il y ait le long d'une rue à sens unique 5 places de parking et que 5 conducteurs veulent s'y garer. Les conducteurs rentrent les uns à la suite des autres dans la rue. Chacun a son emplacement préféré : il s'y rend et si celui-ci est déjà occupé, il se gare à la prochaine place de parking disponible. S'il n'y en a pas, il est dans l'impossibilité de se garer et sort de la rue.

Les fonctions de parking



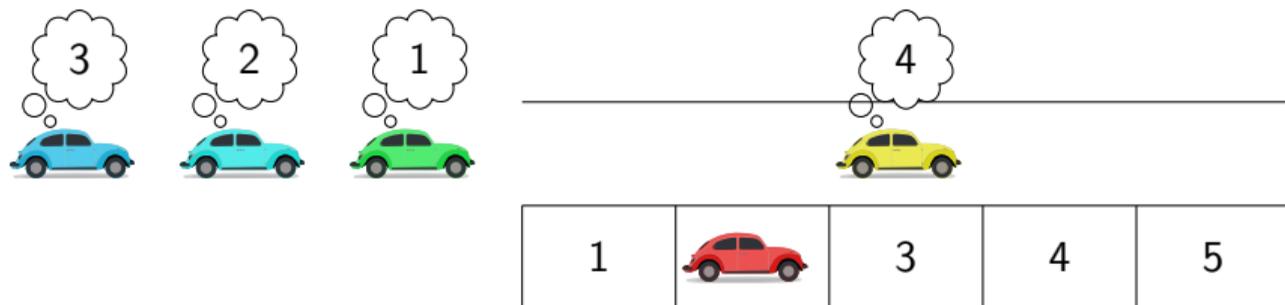
Supposons qu'il y ait le long d'une rue à sens unique 5 places de parking et que 5 conducteurs veuillent s'y garer. Les conducteurs rentrent les uns à la suite des autres dans la rue. Chacun a son emplacement préféré : il s'y rend et si celui-ci est déjà occupé, il se gare à la prochaine place de parking disponible. S'il n'y en a pas, il est dans l'impossibilité de se garer et sort de la rue.

Les fonctions de parking



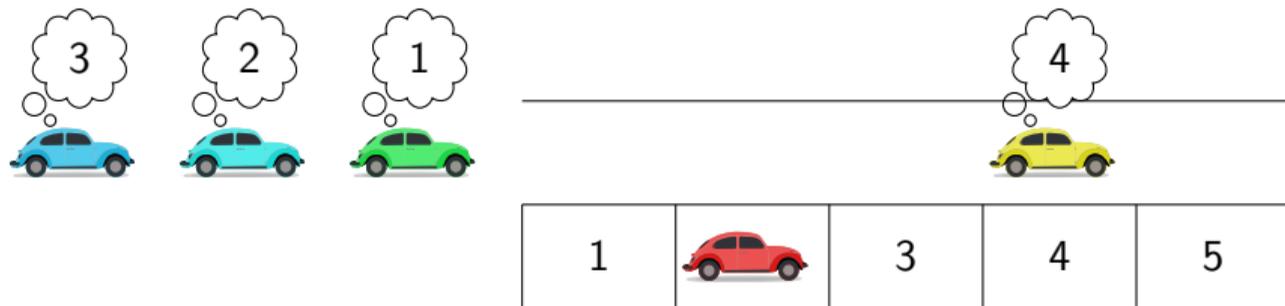
Supposons qu'il y ait le long d'une rue à sens unique 5 places de parking et que 5 conducteurs veuillent s'y garer. Les conducteurs rentrent les uns à la suite des autres dans la rue. Chacun a son emplacement préféré : il s'y rend et si celui-ci est déjà occupé, il se gare à la prochaine place de parking disponible. S'il n'y en a pas, il est dans l'impossibilité de se garer et sort de la rue.

Les fonctions de parking



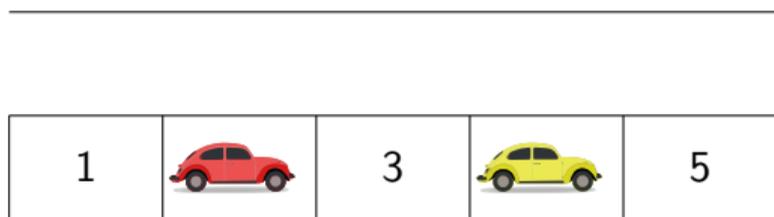
Supposons qu'il y ait le long d'une rue à sens unique 5 places de parking et que 5 conducteurs veulent s'y garer. Les conducteurs rentrent les uns à la suite des autres dans la rue. Chacun a son emplacement préféré : il s'y rend et si celui-ci est déjà occupé, il se gare à la prochaine place de parking disponible. S'il n'y en a pas, il est dans l'impossibilité de se garer et sort de la rue.

Les fonctions de parking



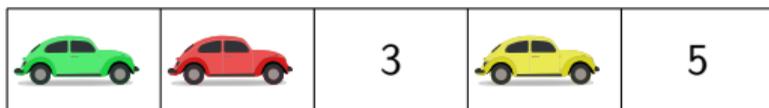
Supposons qu'il y ait le long d'une rue à sens unique 5 places de parking et que 5 conducteurs veulent s'y garer. Les conducteurs rentrent les uns à la suite des autres dans la rue. Chacun a son emplacement préféré : il s'y rend et si celui-ci est déjà occupé, il se gare à la prochaine place de parking disponible. S'il n'y en a pas, il est dans l'impossibilité de se garer et sort de la rue.

Les fonctions de parking



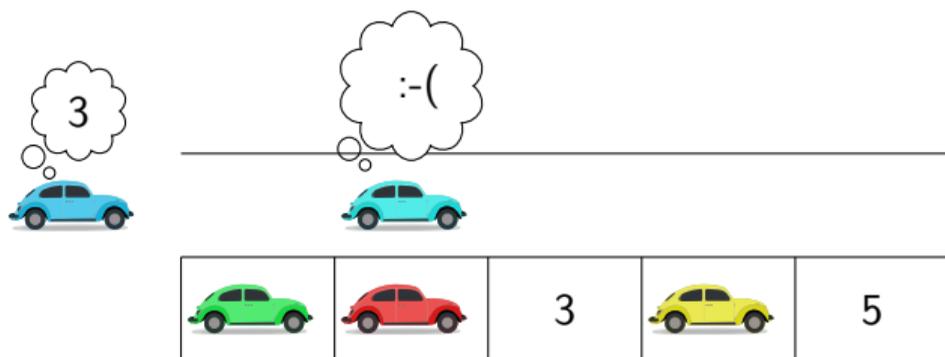
Supposons qu'il y ait le long d'une rue à sens unique 5 places de parking et que 5 conducteurs veuillent s'y garer. Les conducteurs rentrent les uns à la suite des autres dans la rue. Chacun a son emplacement préféré : il s'y rend et si celui-ci est déjà occupé, il se gare à la prochaine place de parking disponible. S'il n'y en a pas, il est dans l'impossibilité de se garer et sort de la rue.

Les fonctions de parking



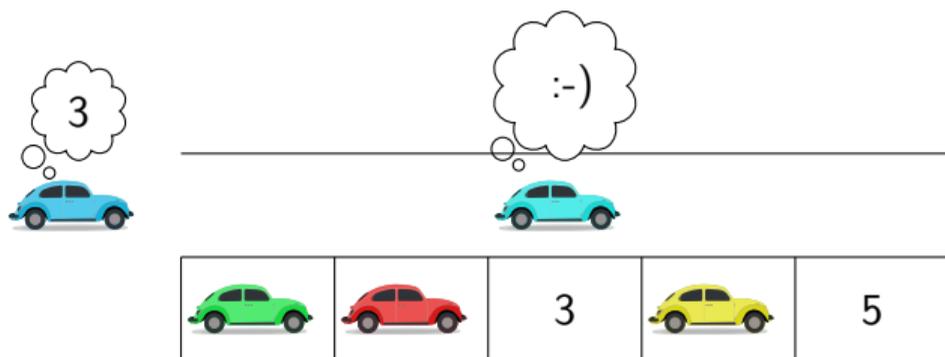
Supposons qu'il y ait le long d'une rue à sens unique 5 places de parking et que 5 conducteurs veuillent s'y garer. Les conducteurs rentrent les uns à la suite des autres dans la rue. Chacun a son emplacement préféré : il s'y rend et si celui-ci est déjà occupé, il se gare à la prochaine place de parking disponible. S'il n'y en a pas, il est dans l'impossibilité de se garer et sort de la rue.

Les fonctions de parking



Supposons qu'il y ait le long d'une rue à sens unique 5 places de parking et que 5 conducteurs veuillent s'y garer. Les conducteurs rentrent les uns à la suite des autres dans la rue. Chacun a son emplacement préféré : il s'y rend et si celui-ci est déjà occupé, il se gare à la prochaine place de parking disponible. S'il n'y en a pas, il est dans l'impossibilité de se garer et sort de la rue.

Les fonctions de parking



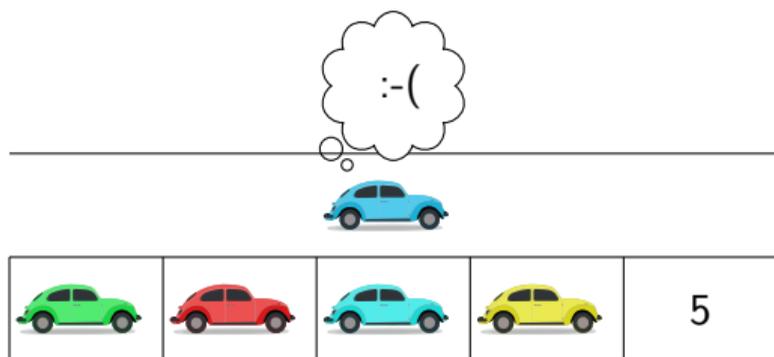
Supposons qu'il y ait le long d'une rue à sens unique 5 places de parking et que 5 conducteurs veuillent s'y garer. Les conducteurs rentrent les uns à la suite des autres dans la rue. Chacun a son emplacement préféré : il s'y rend et si celui-ci est déjà occupé, il se gare à la prochaine place de parking disponible. S'il n'y en a pas, il est dans l'impossibilité de se garer et sort de la rue.

Les fonctions de parking



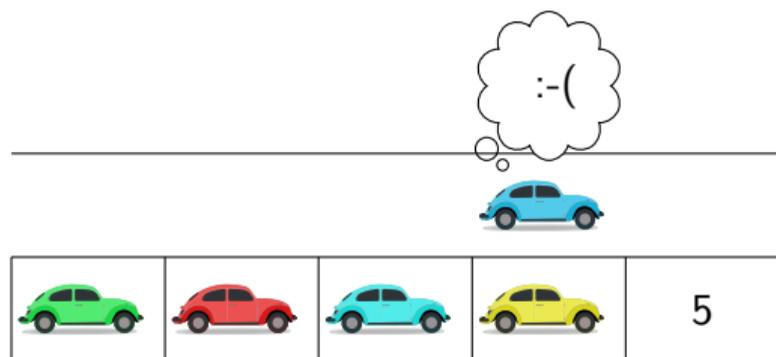
Supposons qu'il y ait le long d'une rue à sens unique 5 places de parking et que 5 conducteurs veulent s'y garer. Les conducteurs rentrent les uns à la suite des autres dans la rue. Chacun a son emplacement préféré : il s'y rend et si celui-ci est déjà occupé, il se gare à la prochaine place de parking disponible. S'il n'y en a pas, il est dans l'impossibilité de se garer et sort de la rue.

Les fonctions de parking



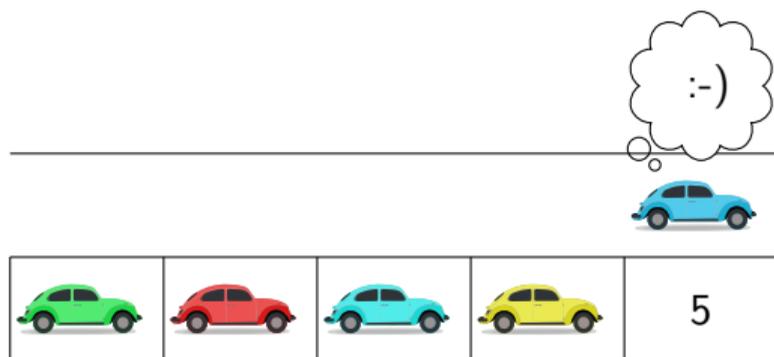
Supposons qu'il y ait le long d'une rue à sens unique 5 places de parking et que 5 conducteurs veuillent s'y garer. Les conducteurs rentrent les uns à la suite des autres dans la rue. Chacun a son emplacement préféré : il s'y rend et si celui-ci est déjà occupé, il se gare à la prochaine place de parking disponible. S'il n'y en a pas, il est dans l'impossibilité de se garer et sort de la rue.

Les fonctions de parking



Supposons qu'il y ait le long d'une rue à sens unique 5 places de parking et que 5 conducteurs veuillent s'y garer. Les conducteurs rentrent les uns à la suite des autres dans la rue. Chacun a son emplacement préféré : il s'y rend et si celui-ci est déjà occupé, il se gare à la prochaine place de parking disponible. S'il n'y en a pas, il est dans l'impossibilité de se garer et sort de la rue.

Les fonctions de parking



Supposons qu'il y ait le long d'une rue à sens unique 5 places de parking et que 5 conducteurs veuillent s'y garer. Les conducteurs rentrent les uns à la suite des autres dans la rue. Chacun a son emplacement préféré : il s'y rend et si celui-ci est déjà occupé, il se gare à la prochaine place de parking disponible. S'il n'y en a pas, il est dans l'impossibilité de se garer et sort de la rue.

Les fonctions de parking



Supposons qu'il y ait le long d'une rue à sens unique 5 places de parking et que 5 conducteurs veuillent s'y garer. Les conducteurs rentrent les uns à la suite des autres dans la rue. Chacun a son emplacement préféré : il s'y rend et si celui-ci est déjà occupé, il se gare à la prochaine place de parking disponible. S'il n'y en a pas, il est dans l'impossibilité de se garer et sort de la rue.

Les fonctions de parking



Supposons qu'il y ait le long d'une rue à sens unique 5 places de parking et que 5 conducteurs veuillent s'y garer. Les conducteurs rentrent les uns à la suite des autres dans la rue. Chacun a son emplacement préféré : il s'y rend et si celui-ci est déjà occupé, il se gare à la prochaine place de parking disponible. S'il n'y en a pas, il est dans l'impossibilité de se garer et sort de la rue.

Question :

À quelles conditions sur les préférences des conducteurs trouveront-ils tous une place où se garer ?

Les fonctions de parking

On représente les préférences sous forme d'un mot appelé *fonction de parking* avec autant de lettres qu'il y a de voitures (on appelle ce nombre la *longueur* de la fonction de parking).



1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

est représenté par 24123.

Par exemple,

15141 est une fonction de parking

11345 n'est pas une fonction de parking

Les fonctions de parking



Les attributions suivantes sont-elles des fonctions de parking ?



- ① 111
- ② 4213
- ③ 1133
- ④ 14355

Votez sur wooclap.com

Les fonctions de parking

Les attributions suivantes sont-elles des fonctions de parking ?



- ① 111   
- ② 4213    
- ③ 1133    
- ④ 14355      ???

Questions de recherche

Question traitée dans la prochaine partie

Si je prends 1, 2 ou 3 numéros au hasard (ou plus), combien ai-je de chances d'obtenir une fonction de parking ?

But :

Étudier ces objets pour mieux les comprendre

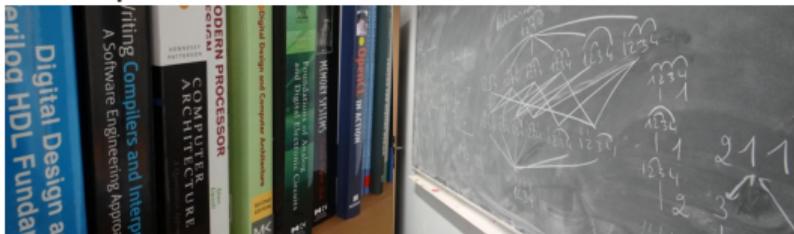
- les compter
- comprendre leurs propriétés
- comprendre comment les engendrer

Applications en vue

Adapter les structures de données et les langages de programmation aux défis de demain (programmation probabiliste, concurrence)

3- Comment passe-t-on d'une question à des découvertes et à des connaissances ?

A vous de répondre : quels outils utilise-t-on ?



Des livres

Un tableau



©freepik

©freepik

Un ordinateur

Une calculatrice

Votez sur [wooclap.com](https://www.wooclap.com)

3- Comment passe-t-on d'une question à des découvertes et à des connaissances ?



→ pour faire l'état des lieux de ce que l'on sait



→ pour analyser le problème, réfléchir



→ pour modéliser le problème, l'explorer informatiquement

Vers l'élaboration d'un résultat

Étapes :

- faire l'état des lieux de ce que l'on sait
- analyser et explorer le problème
- formuler une conjecture
- la prouver
- la certifier

Élaborons un résultat

Question :

Combien y a-t-il de fonctions de stationnement à n places de parking ?

- Pour $n = 1$?
- Pour $n = 2$?
- Pour $n = 3$?

Élaborons un résultat

Question :

Combien y a-t-il de fonctions de stationnement à n places de parking ?

- Pour $n = 1$, il y en a 1 (1)

Élaborons un résultat

Question :

Combien y a-t-il de fonctions de stationnement à n places de parking ?

- Pour $n = 1$, il y en a 1 (1)
- Pour $n = 2$, il y en a 3 = 3 (12, 21, 11)

Comment aller plus loin ?

Élaborons un résultat

Question :

Combien y a-t-il de fonctions de stationnement à n places de parking ?

- Pour $n = 1$, il y en a 1 (1)
- Pour $n = 2$, il y en a $3 = 3$ (12, 21, 11)
- Pour $n = 3$, il y en a $16 = 4 \times 4$ (123, 132, 213, 231, 312, 321, 112, 121, 211, 122, 212, 221, 113, 131, 311, 111)

Comment aller plus loin ?

→ Grâce à l'ordinateur

Élaborons un résultat

Question :

Combien y a-t-il de fonctions de stationnement à n places de parking ?

- Pour $n = 1$, il y en a 1
- Pour $n = 2$, il y en a $3 = 3$
- Pour $n = 3$, il y en a $16 = 4 \times 4$
- Pour $n = 4$, il y en a $125 = 5 \times 5 \times 5$
- Pour $n = 5$, il y en a $1296 = 6 \times 6 \times 6 \times 6$
- Pour $n = 6$, il y en a $16807 = 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$
- Pour $n = 7$, il y en a $262144 = 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8$
- Pour $n = 8$, il y en a $4782969 = 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9$

Élaborons un résultat

Question :

Combien y a-t-il de fonctions de stationnement à n places de parking ?

- Pour $n = 1$, il y en a 1
- Pour $n = 2$, il y en a $3 = 3$
- Pour $n = 3$, il y en a $16 = 4 \times 4$
- Pour $n = 4$, il y en a $125 = 5 \times 5 \times 5$
- Pour $n = 5$, il y en a $1296 = 6 \times 6 \times 6 \times 6$
- Pour $n = 6$, il y en a $16807 = 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$
- Pour $n = 7$, il y en a $262144 = 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8$
- Pour $n = 8$, il y en a $4782969 = 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9$

A-t-on un résultat ?

Élaborons un résultat

Question :

Combien y a-t-il de fonctions de stationnement à n places de parking ?

- Pour $n = 1$, il y en a 1
- Pour $n = 2$, il y en a $3 = 3$
- Pour $n = 3$, il y en a $16 = 4 \times 4$
- Pour $n = 4$, il y en a $125 = 5 \times 5 \times 5$
- Pour $n = 5$, il y en a $1296 = 6 \times 6 \times 6 \times 6$
- Pour $n = 6$, il y en a $16807 = 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$
- Pour $n = 7$, il y en a $262144 = 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8$
- Pour $n = 8$, il y en a $4782969 = 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9$

A-t-on un résultat ?

Non ! Mais une conjecture !

Élaborons un résultat

Pour obtenir un résultat, il faut en rédiger la preuve !

Théorème (Konheim-Weiss, 1966)

Il y a $(n + 1)^{n-1}$ fonctions de parking avec n places de parking.

SIAM J. APPL. MATH.
Vol. 14, No. 6, November, 1966
Printed in U.S.A.

AN OCCUPANCY DISCIPLINE AND APPLICATIONS*

ALAN G. KONHEIM AND BENJAMIN WEISS†

1. Introduction. Most systems of filing, cataloguing or storing units of information have the following structure: each record, book or information unit has a natural name or *record identification number* associated with it. The set of all possible names, which we denote by $\{a_1, a_2, \dots, a_m\}$, is usually very large in comparison to the actual number, r say, of records $\{a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_r}\}$ that are to be stored in any one problem. The storage procedure consists of assigning to each record a_{i_k} a unique *record location number* $A_{i_k} \in \{0, 1, \dots, n-1\}$ where n is the size of the storage (memory). Of course $r \leq n$. Typical values of m and n are 2^{36} and 2^{10} respectively. The problem is to devise a procedure for assigning the record location numbers so that the time needed to store and recover a record, knowing only its name, is minimized in some sense.

In certain circumstances the names $\{a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_r}\}$ are structured in such a manner that a simple function $g: \{a_1, a_2, \dots, a_m\} \rightarrow \{0, 1, 2, \dots, n-1\}$ can be found with the property $g(a_{i_j}) = g(a_{i_k})$ if and only if $j = k$. When this happens the storage and recovery is quite trivial.

In most situations however $\{a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_r}\}$ lacks a definite structure and m is much larger than n . Various schemes for storage have been considered. One has been described by Peterson in [1] and proceeds as follows: one begins by "randomly" selecting a function $g: \{a_1, a_2, \dots, a_m\} \rightarrow \{0, 1, \dots, n-1\}$. The record location numbers $\{A_{i_1}, A_{i_2}, \dots, A_{i_r}\}$ of the records $a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_r}$ are defined inductively as follows:

- (i) $A_{i_1} = g(a_{i_1})$,
- (ii) $A_{i_k} = g(a_{i_k}) + s_k \pmod{n}$,

where s_k is the smallest nonnegative integer such that $g(a_{i_k}) + s_k \pmod{n} \notin \{A_{i_1}, A_{i_2}, \dots, A_{i_{k-1}}\}$. To recover the record a_{i_k} one computes in succession the record location numbers $g(a_{i_k}), g(a_{i_k}) + 1 \pmod{n}, \dots$, comparing after each computation the name of the record stored in each of these locations with a_{i_k} . It is clear that the number of comparisons needed to recover the record a_{i_k} is just $s_k + 1$.

Peterson gives experimental data for the average value of $s_k + 1$. After

Du résultat vers la publication

Après écriture, l'article est soumis à un journal scientifique.

TRANSACTIONS OF THE
AMERICAN MATHEMATICAL SOCIETY
Volume 374, Number 11, November 2021, Pages 8249–8273
<https://doi.org/10.1090/trms/3602>
Article electronically published on August 30, 2021

OPERADS WITH COMPATIBLE CL-SHELLABLE PARTITION POSETS ADMIT A POINCARÉ-BIRKHOFF-WITT BASIS

JOAN BELLIER-MILLÈS, BÉRÉNICE DELCROIX-OGER, AND ERIC HOFFBECK

ABSTRACT. In 2007, Vallette built a bridge across posets and operads by proving that an operad is Koszul if and only if the associated partition posets are Cohen-Macaulay. Both notions of being Koszul and being Cohen-Macaulay admit different refinements: our goal here is to link two of these refinements. We more precisely prove that any (basic-set) operad whose associated posets admit isomorphism-compatible CL-shellings admits a Poincaré-Birkhoff-Witt basis. Furthermore, we give counter-examples to the converse.

CONTENTS

1. Operads and associated constructions
 2. Posets
 3. Main theorem
 4. Study of the converse of the main theorem
- Acknowledgments
References

8251
8254
8261
8268
8272
8272

Du résultat vers la publication

Après écriture, l'article est soumis à un journal scientifique.



Identifiez les supports qui publient des articles scientifiques.

TRANSACTIONS OF THE
AMERICAN MATHEMATICAL SOCIETY
Volume 374, Number 11, November 2021, Pages 8249–8273
<https://doi.org/10.1090/trms/3602>
Article electronically published on August 30, 2021

OPERADS WITH COMPATIBLE CL-SHELLABLE PARTITION POSETS ADMIT A POINCARÉ-BIRKHOFF-WITT BASIS

JOAN BELLIER-MILLÈS, BÉRÉNICE DELCROIX-OGER, AND ERIC HOFFBECK

ABSTRACT. In 2007, Vallette built a bridge across posets and operads by proving that an operad is Koszul if and only if the associated partition posets are Cohen-Macaulay. Both notions of being Koszul and being Cohen-Macaulay admit different refinements: our goal here is to link two of these refinements. We more precisely prove that any (basic-set) operad whose associated posets admit isomorphism-compatible CL-shellings admits a Poincaré-Birkhoff-Witt basis. Furthermore, we give counter-examples to the converse.

CONTENTS

1. Operads and associated constructions
 2. Posets
 3. Main theorem
 4. Study of the converse of the main theorem
- Acknowledgments
References

8251
8254
8261
8268
8272
8272

Du résultat vers la publication

Après écriture, l'article est soumis à un journal scientifique.



Identifiez les supports qui publient des articles scientifiques.

TRANSACTIONS OF THE
AMERICAN MATHEMATICAL SOCIETY
Volume 374, Number 11, November 2021, Pages 8249–8273
<https://doi.org/10.1090/trms/3692>
Article electronically published on August 30, 2021

OPERADS WITH COMPATIBLE CL-SHELLABLE PARTITION
POSETS ADMIT A POINCARÉ-BIRKHOFF-WITT BASIS

JOAN BELLIER-MILLÈS, BÉRÉNICE DELCROIX-OGER, AND ERIC HOFFBECK

ABSTRACT. In 2007, Vallette built a bridge across posets and operads by proving that an operad is Koszul if and only if the associated partition posets are Cohen-Macaulay. Both notions of being Koszul and being Cohen-Macaulay admit different refinements: our goal here is to link two of these refinements. We more precisely prove that any (basic-set) operad whose associated posets admit isomorphism-compatible CL-shellings admits a Poincaré-Birkhoff-Witt basis. Furthermore, we give counter-examples to the converse.

CONTENTS

1. Operads and associated constructions
 2. Posets
 3. Main theorem
 4. Study of the converse of the main theorem
- Acknowledgments
References

8251
8254
8261
8268
8272

Des collègues anonymes, appelés *rapporteurs* sont alors chargés de l'évaluer. S'ils le trouvent d'un niveau de preuves suffisant, avec un raisonnement scientifique suffisamment cohérent, l'article sera publié. Les rapporteurs suggèrent aussi régulièrement des améliorations : c'est un processus interactif ! Les connaissances scientifiques se construisent par un processus de validation par les pairs !

Du résultat vers la publication

Après écriture, l'article est soumis à un journal scientifique.

TRANSACTIONS OF THE
AMERICAN MATHEMATICAL SOCIETY
Volume 374, Number 11, November 2021, Pages 8249–8273
<https://doi.org/10.1090/tran/9602>
Article electronically published on August 30, 2021

OPERADS WITH COMPATIBLE CL-SHELLABLE PARTITION
POSETS ADMIT A POINCARÉ-BIRKHOFF-WITT BASIS

JOAN BELLIER-MILLÈS, BÉRÉNICE DELCROIX-OGER, AND ERIC HOFFBECK

ABSTRACT. In 2007, Vallette built a bridge across posets and operads by proving that an operad is Koszul if and only if the associated partition posets are Cohen-Macaulay. Both notions of being Koszul and being Cohen-Macaulay admit different refinements: our goal here is to link two of these refinements. We more precisely prove that any (basic-set) operad whose associated posets admit isomorphism-compatible CL-shellings admits a Poincaré-Birkhoff-Witt basis. Furthermore, we give counter-examples to the converse.

CONTENTS

1. Operads and associated constructions
 2. Posets
 3. Main theorem
 4. Study of the converse of the main theorem
- Acknowledgments
References

8251
8254
8261
8268
8272



Identifiez les supports qui publient des articles scientifiques.

Des collègues anonymes, appelés *rapporteurs* sont alors chargés de l'évaluer. S'ils le trouvent d'un niveau de preuves suffisant, avec un raisonnement scientifique suffisamment cohérent, l'article sera publié. Les rapporteurs suggèrent aussi régulièrement des améliorations : c'est un processus interactif ! Les connaissances scientifiques se construisent par un processus de validation par les pairs !



Combien de temps y a-t-il entre le début d'un projet et sa publication ?

Du résultat vers la publication

Après écriture, l'article est soumis à un journal scientifique.

TRANSACTIONS OF THE
AMERICAN MATHEMATICAL SOCIETY
Volume 374, Number 11, November 2021, Pages 8249–8273
<https://doi.org/10.1090/trms/3692>
Article electronically published on August 30, 2021

OPERADS WITH COMPATIBLE CL-SHELLABLE PARTITION
POSETS ADMIT A POINCARÉ-BIRKHOFF-WITT BASIS

JOAN BELLIER-MILLÈS, BÉRÉNICE DELCROIX-OGER, AND ERIC HOFFBECK

ABSTRACT. In 2007, Vallette built a bridge across posets and operads by proving that an operad is Koszul if and only if the associated partition posets are Cohen-Macaulay. Both notions of being Koszul and being Cohen-Macaulay admit different refinements: our goal here is to link two of these refinements. We more precisely prove that any (basic-set) operad whose associated posets admit isomorphism-compatible CL-shellings admits a Poincaré-Birkhoff-Witt basis. Furthermore, we give counter-examples to the converse.

CONTENTS

1. Operads and associated constructions
 2. Posets
 3. Main theorem
 4. Study of the converse of the main theorem
- Acknowledgments
References

8251
8254
8261
8268
8272



Identifiez les supports qui publient des articles scientifiques.

Des collègues anonymes, appelés *rapporteurs* sont alors chargés de l'évaluer. S'ils le trouvent d'un niveau de preuves suffisant, avec un raisonnement scientifique suffisamment cohérent, l'article sera publié. Les rapporteurs suggèrent aussi régulièrement des améliorations : c'est un processus interactif ! Les connaissances scientifiques se construisent par un processus de validation par les pairs !



Combien de temps y a-t-il entre le début d'un projet et sa publication ?

Du résultat vers la publication

Après écriture, l'article est soumis à un journal scientifique.

TRANSACTIONS OF THE
AMERICAN MATHEMATICAL SOCIETY
Volume 374, Number 11, November 2021, Pages 8249–8273
<https://doi.org/10.1090/tran/8602>
Article electronically published on August 30, 2021

OPERADS WITH COMPATIBLE CL-SHELLABLE PARTITION
POSETS ADMIT A POINCARÉ-BIRKHOFF-WITT BASIS

JOAN BELLIER-MILLÈS, BÉRÉNICE DELCROIX-OGER, AND ERIC HOFFBECK

ABSTRACT. In 2007, Vallette built a bridge across posets and operads by proving that an operad is Koszul if and only if the associated partition posets are Cohen-Macaulay. Both notions of being Koszul and being Cohen-Macaulay admit different refinements: our goal here is to link two of these refinements. We more precisely prove that any (basic-set) operad whose associated posets admit isomorphism-compatible CL-shellings admits a Poincaré-Birkhoff-Witt basis. Furthermore, we give counter-examples to the converse.

CONTENTS

1. Operads and associated constructions
 2. Posets
 3. Main theorem
 4. Study of the converse of the main theorem
- Acknowledgments
References

8251
8254
8261
8268
8272



Identifiez les supports qui publient des articles scientifiques.

Des collègues anonymes, appelés *rapporteurs* sont alors chargés de l'évaluer. S'ils le trouvent d'un niveau de preuves suffisant, avec un raisonnement scientifique suffisamment cohérent, l'article sera publié. Les rapporteurs suggèrent aussi régulièrement des améliorations : c'est un processus interactif ! Les connaissances scientifiques se construisent par un processus de validation par les pairs !

Ici, début en septembre 2017, soumis en nov. 2018, publié en nov. 2021



Combien de temps y a-t-il entre le début d'un projet et sa publication ?

De la publication au consensus scientifique

Est-ce qu'une nouvelle publication scientifique suffit pour qu'une connaissance soit établie ?

De la publication au consensus scientifique

Est-ce qu'une nouvelle publication scientifique suffit pour qu'une connaissance soit établie ?

Réponse

Non ! La recherche prend du temps, la vérification aussi. Il arrive que des erratums soient publiés après publication pour la rectifier, mais tout est **vérifiable** car tout résultat se doit d'être fourni avec sa preuve.

Alerte fake news !

Parfois, un fait scientifique n'est pas admis par la communauté des chercheurs et chercheuses, mais circule comme s'il était vrai. Ce sont les fameuses [fake news](#) ou [infox](#).

Alerte fake news !

Parfois, un fait scientifique n'est pas admis par la communauté des chercheurs et chercheuses, mais circule comme s'il était vrai. Ce sont les fameuses **fake news** ou **infox**.



Avez-vous des idées d'infox sur les mathématiques, l'informatique ou les ordinateurs ?

Alerte fake news !

Parfois, un fait scientifique n'est pas admis par la communauté des chercheurs et chercheuses, mais circule comme s'il était vrai. Ce sont les fameuses **fake news** ou **infox**.



Avez-vous des idées d'infox sur les mathématiques, l'informatique ou les ordinateurs ?

Exemples :

- Il n'y a plus rien à trouver en maths.
- Les ordinateurs ont une volonté propre/réfléchissent et pourront nous remplacer.

Attention, infox !

Exemple :

On naît génie en maths ou nul en maths et on ne peut rien y faire.



Encore plus d'infox

Exemple :

L'informatique a été inventée par des geeks.



Encore plus d'infox

Exemple :

L'informatique a été inventée par des geeks.



- Ada Lovelace (1er programme, 1843)
- Hedy Lamarr (Télécommunications, 1940)
- Grace Hopper (1er compilateur, 1950)
- Katherine Johnson et Margaret Hamilton (1er trajet sur la lune, 1969)

