Tour de magie

INSTITUT
DE RECHERCHE
EN INFORMATIQUE
FONDAMENTALE

Cet atelier propose d'aller à la découverte de la représentation binaire des nombres.

Niveau(x) concerné(s)
Fin primaire

Durée de l'atelier
5 minutes

(sans les explications)

Objectif
Se familiariser avec l'écriture binaire grâce à une activité ludique.

IRIF
INSTITUT
DE RECHERCHE
EN INFORMATIQUE
FONDAMENTALE

DÉROULEMENT DU TOUR

Étape 1

Le mathémagicien (l'enseignant) demande à un spectateur (un élève) de choisir secrètement un nombre entre 1 et 31. En posant cinq questions, le mathémagicien découvre le nombre secret. Pour cela, il dispose des cinq cartes de la *figure 1* (page suivante). Ces cartes comportent chacune 16 cases contenant les nombres indiqués.

Figure 1 – Cartes pour le tour de magie avec des nombres entre 1 et 31.

Étape2

Le mathémagicien montre les cartes une par une au spectateur. Chaque fois, il demande si le nombre secret est présent ou non sur la carte. Une fois qu'il a obtenu la réponse aux cinq questions, le mathémagicien trouve le nombre choisi par le spectateur.

Figure 1 – Cartes pour le tour de magie avec des nombres entre 1 et 31.

19	27	11	5
9	7	31	23
21	3	15	29
1	25	17	13

15	27	7	3
10	11	6	23
22	31	14	30
2	26	18	19

21	29	7	6
15	14	13	22
23	5	12	30
4	28	20	31

25	29	11	10
12	13	31	27
26	9	15	30
8	28	24	14

24	28	19	18
20	21	30	26
25	17	23	29
16	27	31	22

FONCTIONNEMENT DU TOUR

- Le mathémagicien fait la **somme des nombres en bas à gauche** de toutes les cartes sur lesquelles le **nombre secret est présent**.
  Le résultat de cette addition est le nombre à deviner.

- Ainsi, par exemple, le nombre 13 est présent sur les **cartes 1, 4 et 8**
  et **13 = 1 + 4 +8**

EXPLICATIONS SCIENTIFIQUES

- On pourra faire un parallèle avec la **représentation décimale** : **134 = 1 x 100 + 3 x 10 + 1 x 4 = 13 x 10 + 4**
  Ajouter un chiffre à droite revient à multiplier le nombre initial par 10 et ajouter ce chiffre.

- Pour les classes les plus avancées, on pourra remarquer que :
  1 = 10^0, 10 = 10^1 et 100 = 10^2.
  Cette représentation est appelée ***décimale*** car on utilise les 10 chiffres 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

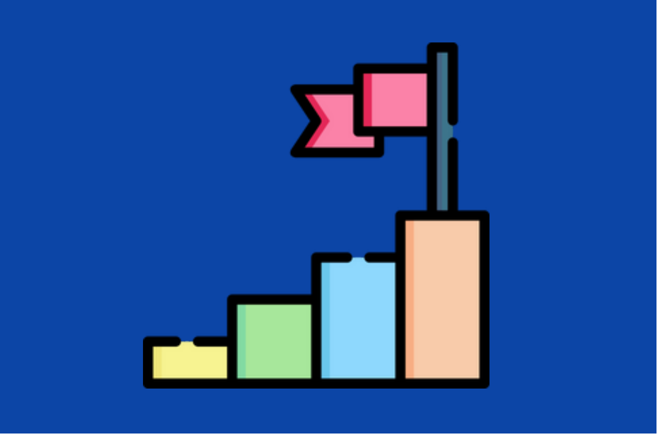
Les ordinateurs n'ont que 2 chiffres :
0 et 1 / allumé-éteint
Ils utilisent la représentation binaire.
Ces chiffres 0 et 1 sont appelés des bits.

- Le nombre binaire :

0	1	1	0	1
↑	↑	↑	↑	↑
16	8	4	2	1

se lit alors 0 x 16 + 1 x 8 + 1 x 4 + 0 x 2 + 1 x 1
= 8+4+1 = 13

- Ici encore, on pourra remarquer que :
  1 = 2^0
  2 = 2^1
  4 = 2^2
  8 = 2^3
  16 = 2^4



CONNEXION AVEC LES CARTES

Chaque carte représente tous les nombres qui contiennent le nombre en bas à gauche dans leur représentation binaire.

Alors si on trouve toutes les cartes dans lesquelles apparaît un nombre, on trouve ainsi sa représentation binaire.

19	27	11	5
9	7	31	23
21	3	15	29
1	25	17	13

Les nombres 7, 11 et 21 apparaissent tous sur la première carte car le nombre 1 fait partie de leur représentation binaire.

7 = 0x16 + 0x8 + 1x4 + 1x2 + 1x1
11 = 0x16 + 1x8 + 0x4 + 1x2 + 1x1
21 = 1x16 + 0x8 + 1x4 + 0x2 + 1x1

POUR ALLER PLUS LOIN

Ce tour de magie et cette introduction à la représentation binaire peut se prolonger par l'activité suivante :

- Découpez des bandes de papier de longueur 16, 8, 4, 2 et 1 carreaux.
- À l'aide de ces bandes, recouvrez un nombre donné pour obtenir sa représentation binaire.
  Par exemple, 23 carreaux pourront être recouverts en utilisant les bandes de longueur 16, 4, 2 et 1.

RÉFÉRENCES

https://culturemath.ens.fr/thematiques/college/tour-de-magie-binaire

http://maths.ac-amiens.fr/501-tour-de-magie-no3-le-mentaliste.html

https://www.cafe-sciences.org/magie-binaire/